

TC4钛合金高精度热塑性唯象本构模型研究

亓 昌¹, 牛亚哲¹, 陈晓岚², 王 楠², 杨 姝¹, 裴连政¹

(1. 大连理工大学 机械工程学院, 辽宁 大连 116023)

(2. 北京电子工程总体研究所, 北京 100854)

摘 要: 为了准确预测TC4钛合金的热塑性成形效果, 研究了TC4钛合金的高温流变行为, 并构建了高精度的热塑性唯象本构模型。首先, 在温度范围973~1123 K和应变率范围0.01~1 s⁻¹的条件下进行了TC4钛合金高温拉伸试验。基于试验数据, 建立了六阶多项式应变补偿的Arrhenius本构模型和修正的Johnson-Cook本构模型, 并利用麻雀搜寻算法(sparrow search algorithm, SSA)对2种本构模型的参数进行了优化。最后, 通过统计分析, 评估了上述4种TC4钛合金热塑性唯象本构模型的预测能力。研究表明, Arrhenius本构模型在有限的试验数据情况下能够实现较高的预测精度, 但其参数优化的空间有限。与之相比, 修正的Johnson-Cook本构模型虽然初始预测精度较低, 但具有更大的参数优化空间。基于SSA优化的Johnson-Cook修正本构模型的预测结果与试验结果吻合良好, 能够作为TC4钛合金的高精度热成形数值仿真的基础。

关键词: 钛合金; 本构模型; 麻雀搜寻算法; 热塑性变形; 高温拉伸试验

中图分类号: TG146.23

文献标识码: A

文章编号: 1002-185X(2026)04-0941-09

1 引言

TC4钛合金具有低密度、高比强度、低热传导率、抗疲劳和耐腐蚀等卓越材料特性, 因此广泛应用于航空航天^[1-4]、汽车^[5]、军事^[6-7]等领域。然而, 在冷成形过程中, TC4钛合金常常面临难以变形和严重回弹等问题, 因此通常采用热塑性成形方法, 如热压成形、高温气压成形和超塑性成形等。在热塑性成形过程中, TC4钛合金的成形效果与其热塑性变形行为密切相关, 而这一变形行为受到温度和应变率等因素的影响^[8]。为了能够通过有限元仿真来预测钛合金的热成形效果, 必须进行材料高温试验, 以便针对成形温度和应变率等工艺参数建立高精度的热塑性本构模型, 以准确描述TC4钛合金在不同工况下的塑性变形行为。

材料本构模型分为3类: 唯象本构模型、基于物理的本构模型和神经网络本构模型, 各有优缺点^[9]。唯象本构模型因其参数较少且简单易用, 得到了广泛的应用。在建立钛合金的唯象本构模型方面, 国内外学者通常采用Arrhenius本构模型和Johnson-Cook本构模型。

Arrhenius本构模型最早由Sellars和McTegart^[10]提出, 该模型综合考虑了温度和应变率对金属高温变形行为的影响, 可相对准确地模拟低应变率下金属的高温变形。然而, 该模型忽略了应变对应力的影响, 导致模型预测的应力与试验结果存在较大误差。为了建立考虑应变

影响的Arrhenius本构模型, 一些学者采用了高阶多项式进行应变补偿, 例如, Lin等人^[11]采用了高阶多项式的函数形式, 并修正了Zener-Hollomon参数, 从而将模型的平均相对误差绝对值(average absolute relative error, AARE)降低至4.36%。刘江林等人^[12]拟合了TC4-DT钛合金的六阶多项式应变补偿的Arrhenius本构模型, 可以精确预测应变率小于1 s⁻¹的流变应力, 但是在高应变率时呈现较大的误差。而另一些学者则采用指数函数来表示应变对流变应力的影响, 例如, Xiao等人^[13]在研究马氏体钢时使用指数函数表征应力和应变的关系, 拟合后的Arrhenius本构模型在低温、低应变率条件下表现出良好的预测能力, 但是在高温、低应变率条件下预测能力较差。

Johnson-Cook本构模型最早由Johnson和Cook于1983年提出, 已广泛应用于冲击动力学领域。该模型拟合简便, 适用于工程应用和有限元二次开发, 并已内置于多个商业有限元仿真软件中。然而, 传统的Johnson-Cook本构模型未考虑应变、应变率和温度等因素之间的耦合影响, 导致在金属热塑性变形中模型预测的应力与试验结果存在一定误差。近年来, 一些学者在传统模型的基础上进行了改进。例如, Lin等人^[14]提出了耦合应变率和温度的Johnson-Cook本构模型, 该模型可以准确预测高强度钢的热拉伸变形, 且在各个温度和应变率条件

收稿日期: 2025-04-10

基金项目: 国家重点研发计划(2021YFB3702004)

作者简介: 亓 昌, 男, 1978年生, 博士, 教授, 大连理工大学机械工程学院, 辽宁 大连 116023, E-mail: qichang@dlut.edu.cn

下的相对误差均在 5.15% 以内。另外,王姝妍等人^[15]在 Johnson-Cook 本构模型的基础上运用遗传算法来提高模型的预测能力,优化后的模型预测应力与 7055 铝合金压缩试验应力的平均相对误差为 4.57%。

本研究开展了温度范围 973~1123 K 和应变率范围 0.01~1 s⁻¹ 内的 TC4 钛合金高温拉伸试验,拟合了六阶多项式应变补偿的 Arrhenius 本构模型、修正的 Johnson-Cook 本构模型、基于 SSA 优化的 Arrhenius 本构模型和基于 SSA 优化的 Johnson-Cook 修正本构模型,采用统计学方法对这 4 种本构模型的预测能力进行比较,旨在寻找一种既具有较高预测精度又能兼顾计算成本的 TC4 钛合金本构模型建模方法。这将为未来的热成形高精度数值仿真研究提供重要的参考依据。

2 实验

TC4 钛合金的高温拉伸试验在配有高温炉的 250 kN 电液伺服动静万能试验机上进行。为了观察试样状态,在高温炉的前端设有观察窗。为了确保试样温度均匀,在高温炉后端靠近试样处设置了上、中、下 3 个独立的温度测量点,测量精度为 ±1 °C,以记录试样的摄氏温度。并随后将其转化为热力学温度,用于拟合高温本构模型。TC4 钛合金试样的平面几何尺寸如图 1 所示,试样厚 1 mm。为了抑制薄板试样的拉伸翘曲现象,在其两端开有 4 个螺栓孔,通过螺栓将试样固定在上下拉伸夹头上。参考 Zheng 等人^[16]的 TC4 钛合金高温气压成形试验,材料高温拉伸试验的温度范围为 973~1123 K,应变率范围为

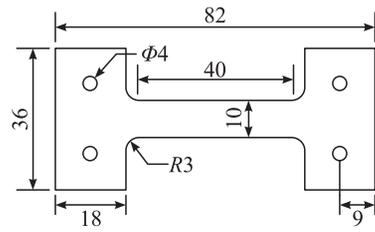


图 1 用于高温拉伸试验的 TC4 钛合金试样

Fig.1 Schematic diagram TC4 titanium alloy specimen for high-temperature tensile testing

0.01~1 s⁻¹。受限于高温条件和炉内空间,难以采用机械式引伸计来测量应变,因此采用试验机的横梁位移作为试样拉伸位移,并据此计算应变。设备配套的软件能够实时记录载荷-位移曲线,并输出工程应力-工程应变曲线。为方便进一步分析,利用式(1)将工程应力-工程应变曲线转换为真应力-真应变曲线。

$$\begin{cases} \sigma_t = (1 \pm \varepsilon_e) \sigma_e \\ \varepsilon_t = \pm \ln(1 \pm \varepsilon_e) \end{cases} \quad (1)$$

式中, ε_e 、 σ_e 分别为工程应变和工程应力; ε_t 、 σ_t 分别为真应变和真应力; - 表示压缩工况, + 表示拉伸工况。

不同加载条件下, TC4 钛合金的真应力-真应变曲线如图 2 所示。由于没有明显的屈服阶段,拉伸曲线分为 3 部分,分别为弹性阶段、强化阶段和颈缩阶段。与 Imran 等人^[17]的研究进行对比,分析试验结果可知:在强化阶段初期,加工硬化和动态回复相互竞争,应力增长速度逐渐减慢,如图 2b 应变率 1 s⁻¹、应变 0.05~0.10 范围所示,在部

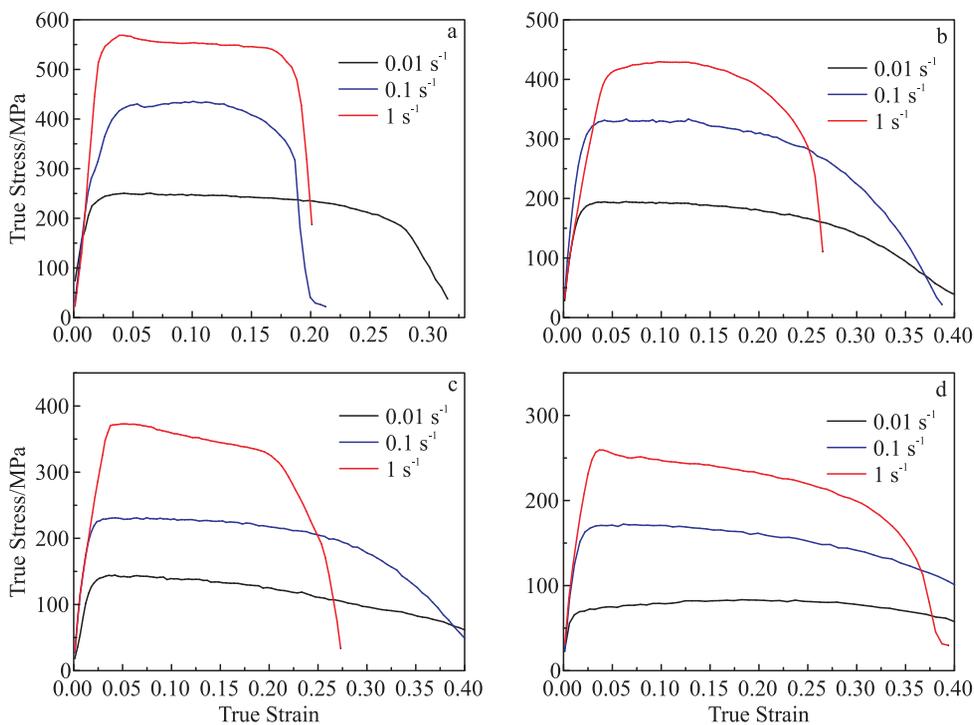


图 2 TC4 钛合金在不同温度下的真应力-真应变曲线

Fig.2 True stress-true strain curves of TC4 titanium alloy at the temperature of 973 K (a), 1023 K (b), 1073 K (c), and 1123 K (d)

分曲线内,该阶段不明显,如图2c和2d的应变率 1 s^{-1} 曲线所示。在强化阶段后期,随着动态再结晶的发生,应力开始下降,直至试样颈缩断裂,断裂试样如图3所示。此外,可以观察到,TC4钛合金的高温拉伸性能表现出对温度和应变率的高度敏感性。在相对较低的温度 973 K 和高应变率 1.0 s^{-1} 下,试验曲线呈现出“高、短”的特征,即材料的屈服应力和抗拉强度最大,金属延展性最差。而在相对较高的温度 1123 K 和低应变率 0.01 s^{-1} 下,试验曲线呈现出“矮、长”的特征,材料的屈服应力和抗拉强度较小,而金属延展性较好。

3 热塑性本构模型的建立

3.1 应变补偿的Arrhenius本构模型

首先,基于应变补偿的Arrhenius本构模型建立TC4钛合金热塑性唯象本构模型。Arrhenius本构模型可表示为^[18]:

$$\dot{\varepsilon} = \begin{cases} A_1 \sigma^{n_1} e^{-\frac{Q}{RT}} & (\alpha\sigma < 0.8) \\ A_2 e^{\beta\sigma} e^{-\frac{Q}{RT}} & (\alpha\sigma > 1.2) \\ A_3 [\sinh(\alpha\sigma)]^{n_2} e^{-\frac{Q}{RT}} & (\text{for all } \sigma) \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\dot{\varepsilon}$ 为应变率, σ 为应力, Q 为热变形激活能, R 为理想气体常数, T 为热力学温度, A_1 、 A_2 、 A_3 、 n_1 、 n_2 、 β 为拟合参数, α 是表征应力水平的参数, $\alpha = \beta/n_1$ 。当 $\alpha\sigma < 0.8$ 时,可采用幂函数表达式;当 $\alpha\sigma > 1.2$ 时,可采用指数函数表达式。而双曲正弦函数表达式适用于任何应力条件,单独列出为:

$$\dot{\varepsilon} = A_3 [\sinh(\alpha\sigma)]^{n_2} e^{-\frac{Q}{RT}} \quad (3)$$

引入Zener-Hollomon参数 Z ^[19],建立应变率和热力学温度之间的联系:

$$Z = \dot{\varepsilon} e^{\frac{Q}{RT}} \quad (4)$$

联立式(3)和(4)可得应力关于参数 Z 、 Q 、 α 、 A_3 、 n_2 的表达式:

$$\sigma = \left(\frac{1}{\alpha}\right) \ln \left\{ \left(\frac{Z}{A_3}\right)^{\frac{1}{n_2}} + \left[\left(\frac{Z}{A_3}\right)^{\frac{2}{n_2}} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (5)$$



图3 1023 K/1.0 s⁻¹条件下断裂的TC4钛合金试样

Fig.3 Fractured TC4 titanium alloy specimen at 1023 K with the strain rate of 1.0 s⁻¹

Arrhenius本构模型由式(4)和(5)表示,包括4个本构模型参数 α 、 n_2 、 A_3 、 Q 。这些参数均可通过试验得到的真应力-真应变曲线拟合获得。以中间应变0.1为例说明本构模型参数的拟合过程。

对等式(2)两侧取对数得:

$$\ln \dot{\varepsilon} = \ln A_1 + n_1 \ln \sigma - \frac{Q}{RT} \quad (6)$$

$$\ln \dot{\varepsilon} = \ln A_2 + \beta \sigma - \frac{Q}{RT} \quad (7)$$

$$\ln \dot{\varepsilon} = \ln A_3 + n_2 \ln [\sinh(\alpha\sigma)] - \frac{Q}{RT} \quad (8)$$

根据公式(6)、(7),从试验曲线中线性拟合 $\ln \sigma - \ln \dot{\varepsilon}$ 和 $\sigma - \ln \dot{\varepsilon}$,根据拟合直线的斜率可得 n_1 、 β ,再由公式 $\alpha = \beta/n_1$ 可计算出 α 值。如图4a、4b所示, n_1 为5.0927, β 为0.020 72, α 为0.004 277。同理,根据公式(8),线性拟合 $\ln [\sinh(\alpha\sigma)] - \ln \dot{\varepsilon}$ 和 $\ln [\sinh(\alpha\sigma)] - 1/T$ 可得 n_2 、 Q 的值,如图4c、4d所示, n_2 为3.5679, Q 为292 228.7002。由公式(8)可知截距与 $\ln A_3$ 的关系,化简得式(9),如图4c所示, $\ln A_3$ 为30.1377。

$$\text{Intercept} = \frac{\frac{Q}{RT} - \ln A_3}{n_2} \quad (9)$$

以0.01为步长,在应变0.05~0.15之间重复上述过程,得到各个应变下的Arrhenius本构模型参数值,如图5所示。采用6阶多项式拟合模型参数与应变的关系曲线,如式(10),6阶多项式的系数汇总于表1。式(4)、(5)、(10)共同组成TC4钛合金6阶多项式应变补偿的Arrhenius本构模型。

$$\begin{cases} \alpha = a_6 \varepsilon^6 + a_5 \varepsilon^5 + \dots + a_2 \varepsilon^2 + a_1 \varepsilon^1 + a_0 \\ n_2 = b_6 \varepsilon^6 + b_5 \varepsilon^5 + \dots + b_2 \varepsilon^2 + b_1 \varepsilon^1 + b_0 \\ Q = c_6 \varepsilon^6 + c_5 \varepsilon^5 + \dots + c_2 \varepsilon^2 + c_1 \varepsilon^1 + c_0 \\ \ln A_3 = d_6 \varepsilon^6 + d_5 \varepsilon^5 + \dots + d_2 \varepsilon^2 + d_1 \varepsilon^1 + d_0 \end{cases} \quad (10)$$

3.2 修正的Johnson-Cook本构模型

传统的Johnson-Cook本构模型假设应变、应变率和温度对金属塑性变形的影响相互独立,从而将应力表达为应变相关项、应变率相关项和温度相关项的乘积,如式(11)所示。

$$\sigma = (A + B\varepsilon^n)(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*) (1 - T^{*m}) \quad (11)$$

式中, σ 为应力,右边第1项为应变相关项, A 是准静态拉伸时的材料屈服强度, B 是应变硬化的模量系数, ε 是应变, n 是应变强化的指数系数。第2项为应变率相关项, C 是应变率敏感系数, $\dot{\varepsilon}^*$ 是无量纲应变率,定义为 $\dot{\varepsilon}^* = \dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0$,其中, $\dot{\varepsilon}_0$ 为参考应变率,一般取试验的最小应变率。第3项为温度相关项, T^* 是无量纲温度,定义为 $T^* = (T - T_r)/(T_m - T_r)$,其中, T_r 是参考温度,一般取试验的最低温度, T_m 是金属熔化温度, m 是热软化指数系数。

上述模型简单易用,不足之处是忽略了应变率和热效应对材料力学性能的耦合影响。因此,本文基于Lin

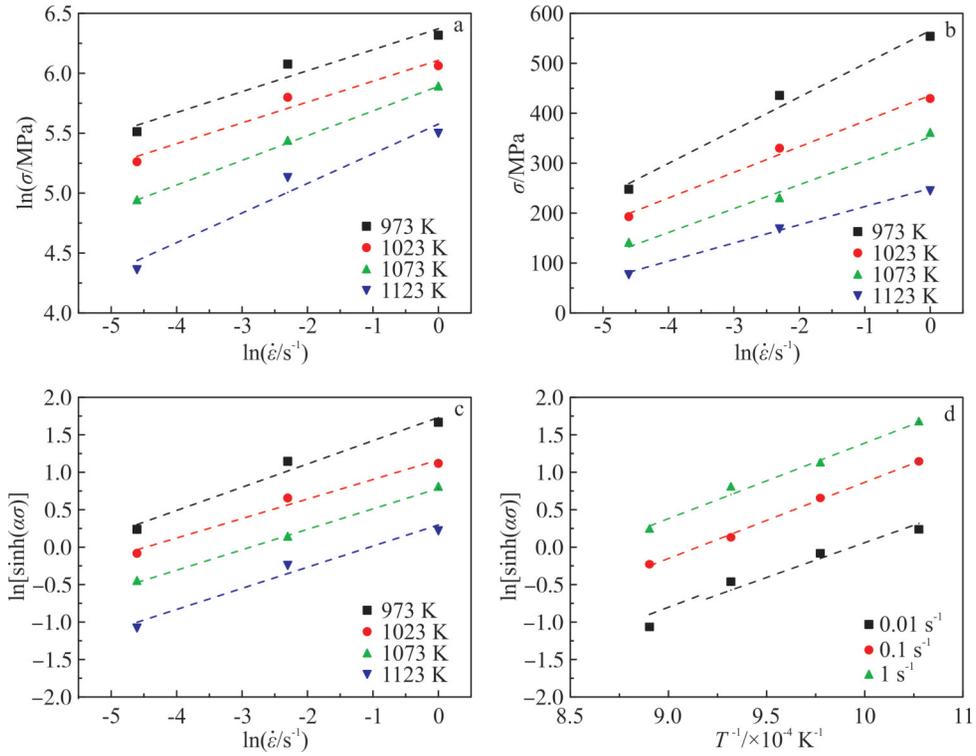


图4 $\ln\sigma\text{-}\ln\dot{\epsilon}$ 、 $\sigma\text{-}\ln\dot{\epsilon}$ 、 $\ln[\sinh(\alpha\sigma)]\text{-}\ln\dot{\epsilon}$ 和 $\ln[\sinh(\alpha\sigma)]\text{-}T^{-1}$ 的拟合线

Fig.4 Fitting lines of $\ln\sigma\text{-}\ln\dot{\epsilon}$ (a), $\sigma\text{-}\ln\dot{\epsilon}$ (b), $\ln[\sinh(\alpha\sigma)]\text{-}\ln\dot{\epsilon}$ (c), and $\ln[\sinh(\alpha\sigma)]\text{-}T^{-1}$ (d)

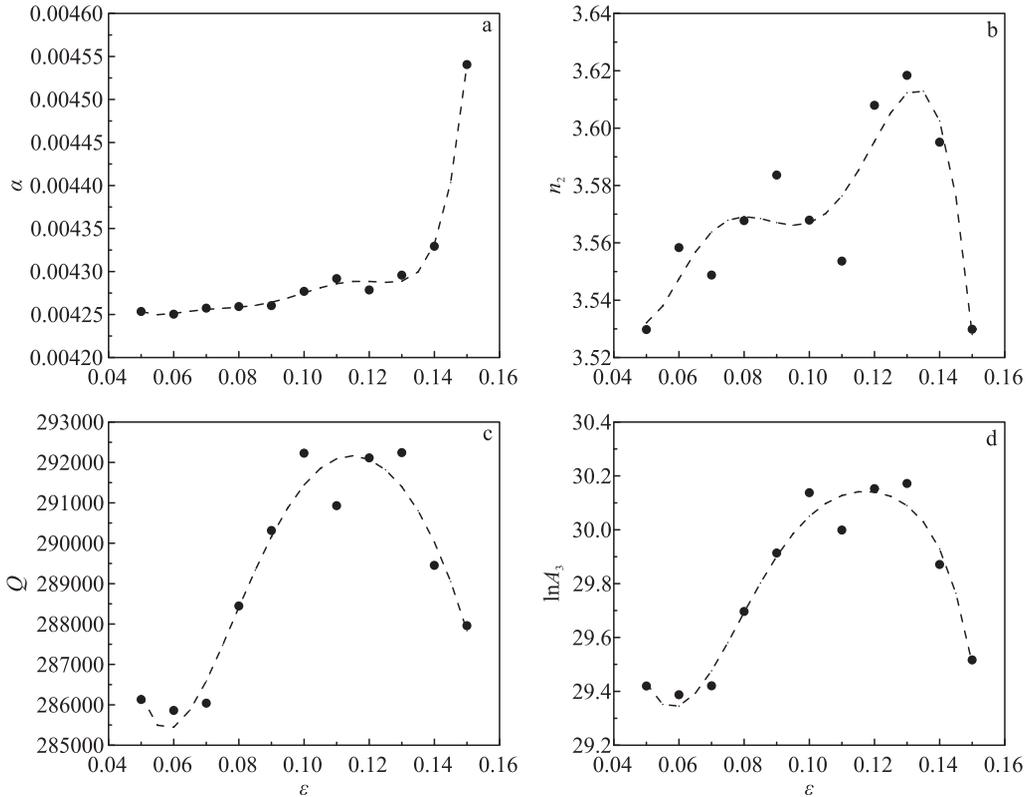


图5 α 、 n_2 、 Q 和 $\ln A_3$ 随应变的变化及其六阶多项式拟合曲线

Fig.5 Variations of α (a), n_2 (b), Q (c), and $\ln A_3$ (d) with strain and their fitting curves of sixth-order polynomials

等人^[4]提出的修正的 Johnson-Cook 本构模型, 建立 TC4 钛合金应变率和温度耦合的热塑性变形本构模型, 如式 (12) 所示:

$$\sigma = (A + B_1\varepsilon + B_2\varepsilon^2)(1 + C\ln\dot{\epsilon}^*)e^{[(\lambda_1 + \lambda_2\ln\dot{\epsilon}^*)(T - T_i)]} \quad (12)$$

式中, 材料常数 A 、 B_1 、 B_2 、 C 、 λ_1 、 λ_2 均可通过 TC4 钛合金高

表1 α, n_2, Q 和 $\ln A_3$ 的六阶多项式系数

Table 1 Sixth-order polynomial coefficients for α, n_2, Q , and $\ln A_3$

| Order | a_n | b_n | c_n | d_n |
|-------|---------------------|---------------------|------------------------|---------------------|
| $n=6$ | 1.54×10^4 | 2.77×10^6 | 2.04×10^{10} | -1.68×10^7 |
| $n=5$ | -8.31×10^3 | -2.06×10^6 | -2.04×10^{10} | 8.17×10^6 |
| $n=4$ | 1.83×10^3 | 5.82×10^5 | 7.70×10^9 | -1.47×10^6 |
| $n=3$ | -210.4050 | -8.12×10^4 | -1.45×10^9 | 1.06×10^5 |
| $n=2$ | 13.3044 | 5.95×10^3 | 1.45×10^8 | -792.1926 |
| $n=1$ | -0.4389 | -217.5054 | -7.07×10^6 | -233.6773 |
| $n=0$ | 0.01020 | 6.6423 | 4.17×10^5 | 36.6633 |

温拉伸试验得到的真应力-真应变曲线拟合获得。

在参考温度和参考应变率条件下,即温度 973 K 和应变率 0.01 s^{-1} 条件下,式(12)的第 2、3 项均为常数 1,化简可得式(13):

$$\sigma = (A + B_1 \varepsilon + B_2 \varepsilon^2) \quad (13)$$

利用二次多项式拟合 σ - ε 关系,如图 6 所示,求得 $A=248.4373 \text{ MPa}$ 、 $B_1=39.1147 \text{ MPa}$ 、 $B_2=-529.4368 \text{ MPa}$ 。在参考温度条件下,式(12)的第 3 项为 1,可以被简化为式(14):

$$\sigma = (A + B_1 \varepsilon + B_2 \varepsilon^2)(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*) \quad (14)$$

线性拟合 $\sigma/(A + B_1 \varepsilon + B_2 \varepsilon^2) - \ln \dot{\varepsilon}^*$ 关系,如图 7 所示,求得 $C=0.2701$ 。

对于 λ_1, λ_2 , 可以引入参数 γ 来进一步求解。令 $\gamma = \lambda_1 + \lambda_2 \ln \dot{\varepsilon}^*$, 代入式(12), 等式两边取对数, 化简可得式(15):

$$\ln \left[\frac{\sigma}{(A + B_1 \varepsilon + B_2 \varepsilon^2)(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*)} \right] = \gamma (T - T_r) \quad (15)$$

线性拟合不同应变率下的 $\ln [\sigma/(A + B_1 \varepsilon + B_2 \varepsilon^2)/(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*)] - (T - T_r)$ 关系,如图 8 所示, γ 的拟合结果列于表 2。如图 9 所示, 线性拟合 $\gamma - \ln \dot{\varepsilon}^*$ 即可求得 $\lambda_1 = -0.007400$ 、 $\lambda_2 = 0.0004979$ 。

综合上述的参数计算过程, 得到 TC4 钛合金修正的 Johnson-Cook 高温本构模型如下:

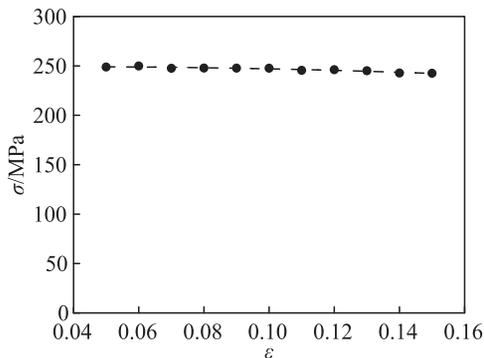


图6 973 K/0.01 s⁻¹条件下 σ 和 ε 的关系拟合

Fig.6 Fitting relationship of σ - ε under the condition of 973 K/0.01 s⁻¹

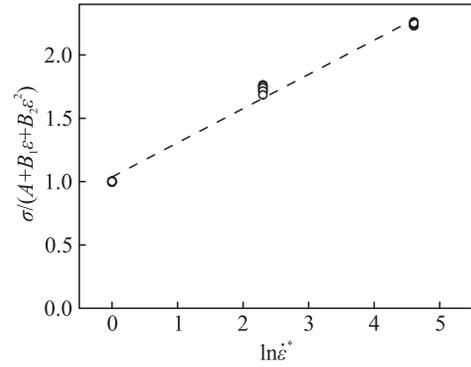


图7 温度 973 K 时 $\sigma/(A + B_1 \varepsilon + B_2 \varepsilon^2)$ 和 $\ln \dot{\varepsilon}^*$ 的关系拟合

Fig.7 Fitting relationship of $\sigma/(A + B_1 \varepsilon + B_2 \varepsilon^2) - \ln \dot{\varepsilon}^*$ at 973 K

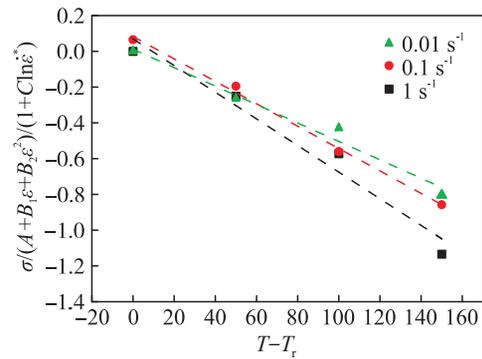


图8 不同应变率下的 $\sigma/(A + B_1 \varepsilon + B_2 \varepsilon^2)/(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*)$ 和 $(T - T_r)$ 关系拟合

Fig.8 Fitting relationships between $\sigma/(A + B_1 \varepsilon + B_2 \varepsilon^2)/(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*)$ and $(T - T_r)$ at different strain rates

表2 不同应变率下的 γ 值

Table 2 γ values at different strain rates

| Strain rates, $\dot{\varepsilon}/\text{s}^{-1}$ | γ |
|---|------------|
| 0.01 | -0.007 449 |
| 0.1 | -0.006 266 |
| 1 | -0.005 156 |

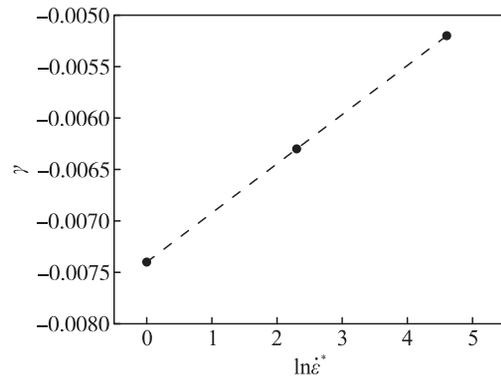


图9 γ 和 $\ln \dot{\varepsilon}^*$ 的关系

Fig.9 Relationship between γ and $\ln \dot{\varepsilon}^*$

表3 麻雀搜寻算法的参数设置
Table 3 Parameter settings of sparrow search algorithm

| Parameter | Value |
|---|-------|
| Maximum iterations | 1000 |
| Population size | 50 |
| Proportion of producers to the population size | 0.2 |
| Proportion of perceivers to the population size | 0.2 |
| Safety threshold | 0.8 |

$$\sigma = (248.4373 + 39.1147\varepsilon - 529.4368\varepsilon^2) \cdot (1 + 0.2701 \ln \dot{\varepsilon}^*) e^{[-0.007400 + 0.0004979 \ln \dot{\varepsilon}^*](T - T_i)} \quad (16)$$

3.3 基于SSA优化的Arrhenius本构模型

采用麻雀搜寻算法优化 Arrhenius 本构模型的参数值,可有效提高模型的预测精度。麻雀搜寻算法是受麻雀觅食和反捕食行为启发而提出的一种新型群体智能优化算法^[20]。麻雀觅食过程可以抽象为有预警机制的发现者-加入者模型^[21]。发现者自身适应度高,搜索范围广,引导种群搜索和觅食。加入者追随发现者进行觅食。同时,部分加入者会监视发现者以便争夺食物,并更新其位置。与近十年提出的灰狼优化算法、鲸鱼优化算法和蝗虫优化算法等群体智能优化算法相比,麻雀搜寻算法在收敛速度、精度和稳定性等方面都有显著的优势^[22]。

以预测应力值与试验应力值差的平方和为优化目标,优化数学模型如式(17)所示:

$$\text{Objective function} = \min \left[\sum_{i=1}^n (y_i - p_i)^2 \right] \quad (17)$$

式中, y_i 是试验应力值, p_i 是模型预测应力值。

为了缩短计算时间以及降低问题的难度,简化了算法的输入参数,对各应变下 Arrhenius 本构模型的参数 α , n_2 , Q , A_3 进行优化设计,而非参数的六阶多项式系数,参数范围取 $[-2x, +2x]$,其中 x 代表各应变条件下计算得出的本构模型参数值。以0.01为步长,在应变范围0.05~0.15内优化11次,获得各应变条件下本构模型参数的最优解,进而得到优化后的六阶多项式系数值,如表4所示。

表4 优化后的 α 、 n_2 、 Q 和 $\ln A_3$ 的六阶多项式系数

Table 4 Optimized sixth-order polynomial coefficients for α , n_2 , Q , and $\ln A_3$

| Order | a_n | b_n | c_n | d_n |
|-------|---------------------|---------------------|------------------------|---------------------|
| $n=6$ | 1.17×10^4 | -3.74×10^5 | -2.33×10^{11} | -4.56×10^7 |
| $n=5$ | -7.27×10^4 | 2.69×10^5 | 1.20×10^{11} | 2.53×10^7 |
| $n=4$ | 1.84×10^3 | -8.19×10^4 | -2.35×10^{10} | -5.55×10^6 |
| $n=3$ | -240.1618 | 1.33×10^4 | 2.08×10^9 | 6.04×10^5 |
| $n=2$ | 17.0160 | -1.17×10^3 | -6.88×10^7 | -3.33×10^4 |
| $n=1$ | -0.6157 | 51.7253 | -5.02×10^5 | 844.0226 |
| $n=0$ | 0.0133 | 2.5637 | 3.34×10^5 | 21.8745 |

3.4 基于SSA优化的Johnson-Cook修正本构模型

与3.3节类似,对3.2节修正的 Johnson-Cook 本构模型参数进行优化。数学模型同式(17),麻雀搜寻算法的参数设置同表3。将所有试验曲线在应变范围0.05~0.15的应力值导入数学模型,进行算法寻优。优化后的 Johnson-Cook 修正本构模型如下:

$$\sigma = (260.8977 + 78.2397\varepsilon - 721.4734\varepsilon^2) \cdot (1 + 0.2525 \ln \dot{\varepsilon}^*) e^{[-0.006639 + 0.0003339 \ln \dot{\varepsilon}^*](T - T_i)} \quad (18)$$

4 本构模型预测能力对比

为了评估上述4种本构模型的预测能力,基于汇总数据并采用统计学方法对比各本构模型的预测精度。

在0.05~0.15的应变范围内,以0.01为步长,利用4种本构模型分别预测了应力值。图10和图11展示了2种 Arrhenius 本构模型和2种 Johnson-Cook 修正本构模型在上述应变范围内预测的应力与试验获得的真应力-真应变曲线的对比结果。利用式(19)和式(20)计算了4种本构模型预测的应力值与试验应力值之间的平均相对误差绝对值AARE和线性相关系数 R ,以量化评估4种本构模型的预测能力,并将结果汇总至表5。为了更直观地展示误差,在图12中绘制了AARE的柱状图。

$$\text{AARE} = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - p_i}{y_i} \right| \right) \quad (19)$$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})(p_i - \bar{p})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^N (p_i - \bar{p})^2}} \quad (20)$$

综合分析图10~图12的本构模型和试验数据可知,针对2种模型优化前后的结果而言,优化后的 Arrhenius 本构模型在预测能力上相较于原始模型呈现出轻微的改进,AARE从5.83%下降至5.54%, R 从0.9928提升至0.9929。与之相似,通过麻雀搜寻算法优化后,Johnson-Cook 修正本构模型可以在不需要额外的试验数据的情况下较显著地降低误差,AARE从6.30%降至5.12%, R 从0.9938提高至0.9945。

针对2种不同的本构模型而言,与 Johnson-Cook 修正本构模型相比,Arrhenius 本构模型在温度973~1123 K范围内更准确地预测了TC4钛合金在不同应变率下的真实应力,AARE比 Johnson-Cook 修正本构模型低0.47%。但是经过麻雀搜寻算法优化后,Johnson-Cook 修正本构模型预测精度得到明显的提升,AARE比优化后的 Arrhenius 本构模型低0.42%,说明 Johnson-Cook 本构模型参数的优化空间大,模型可塑性强。

综上所述,经过麻雀搜寻算法优化的 Arrhenius 本构模型和 Johnson-Cook 修正本构模型均能准确地预测温度范围在973~1123 K以及应变率范围在0.01~1 s⁻¹内的TC4钛合金高温拉伸应力。然而,优化后的 Johnson-

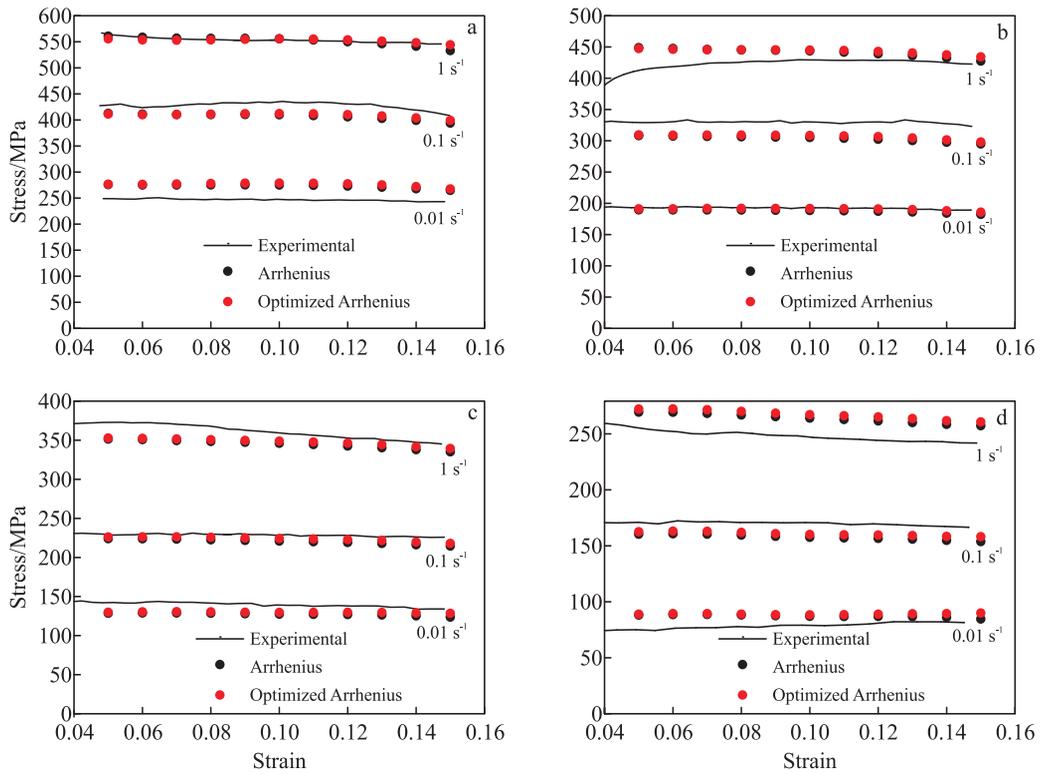


图10 Arrhenius本构模型预测应力值与试验真应力-真应变曲线

Fig.10 Comparisons of predicted stress value based on Arrhenius models and experimental true stress-true strain curves: (a) 973 K, (b) 1023 K, (c) 1073 K, and (d) 1123 K

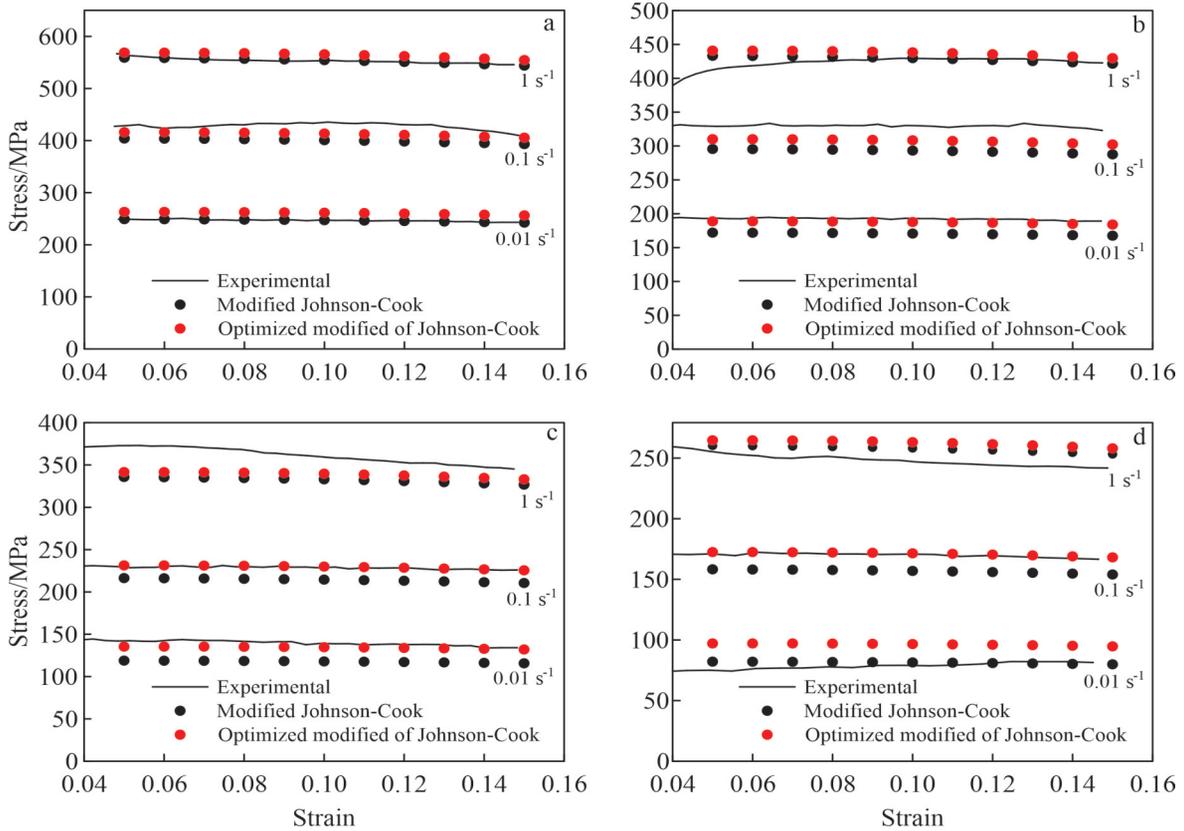


图11 Johnson-Cook修正本构模型预测应力值与试验真应力-真应变曲线

Fig.11 Comparisons of predicted stress value based on modified Johnson-Cook models and experimental true stress-true strain curves: (a) 973 K, (b) 1023 K, (c) 1073 K, and (d) 1123 K

表5 温度范围 973~1123 K、应变率范围 0.01~1 s⁻¹内各本构模型的 AARE 和 R 值对比

Table 5 Comparison of AARE and R values of constitutive models in temperature range of 973~1123 K and strain rate range of 0.01~1 s⁻¹

| Value | Model | | | |
|--------|-----------|---------------------|-----------------------|---------------------------------|
| | Arrhenius | Optimized Arrhenius | Modified Johnson-Cook | Optimized modified Johnson-Cook |
| AARE/% | 5.83 | 5.54 | 6.30 | 5.12 |
| R | 0.9928 | 0.9929 | 0.9938 | 0.9945 |

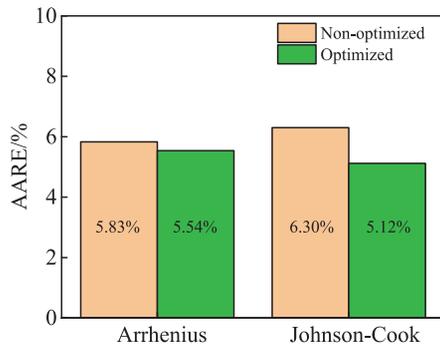


图12 温度 973~1123 K、应变率 0.01~1 s⁻¹内各本构模型 AARE 值对比

Fig.12 Comparisons of AARE of different constitutive models at 973~1123 K with strain rates of 0.01~1 s⁻¹

Cook 修正本构模型更为简洁且具备更高的精度,因此在钛合金热成形的高精度数值仿真方面具有潜在的应用前景。

5 结论

1) 应变补偿的 Arrhenius 本构模型虽然拟合过程较为复杂,但在有限试验数据情况下具有较高的拟合精度。与之相反,修正的 Johnson-Cook 本构模型拟合过程相对简单,但在有限试验数据情况下拟合结果误差较大。

2) 经过优化后的 Arrhenius 本构模型的 AARE 从 5.83% 下降至 5.54%,受模型限制改进不明显。而经过优化后的 Johnson-Cook 修正本构模型的 AARE 从 6.30% 下降至 5.12%,优化效果相对明显,表明模型可塑性强,但初始拟合精度较差,通过优化算法可以有效改善预测能力。

3) 使用优化算法均可以提高两种唯象本构模型的预测精度,特别是基于麻雀搜寻算法优化的 Johnson-Cook 修正本构模型。它具备拟合简单和高预测精度的特点,可作为高精度热成形数值仿真的本构模型基础。

参考文献 References

[1] Liu Guanri(刘观日), Wu Di(吴迪), Yao Chongyang(姚重阳) et al. *Aerospace Materials and Technology*(宇航材料工艺)[J], 2021, 51(4): 1

[2] Wu Yong(武永), Chen Minghe(陈明和). *Aeronautical Manufacturing Technology*(航空制造技术)[J], 2021, 64(20): 78

[3] Wang Haojie(汪豪杰), Yang Fang(杨芳), Guo Zhimeng(郭志猛) et al. *Rare Metal Materials and Engineering*(稀有金属材料与工

程)[J], 2021, 50(2): 709

[4] Zhu Zhishou(朱知寿). *Journal of Aeronautical Materials*(航空材料学报)[J], 2014, 34(4): 44

[5] Guo Li(郭鲤), He Weixia(何伟霞), Zhou Peng(周鹏) et al. *Hot Working Technology*(热加工工艺)[J], 2020, 49(22): 22

[6] Chen Jingsheng(陈京生), Sun Baosen(孙葆森), An Kang(安康) et al. *Journal of Ordnance Equipment Engineering*(兵器装备工程学报)[J], 2020, 41(12): 14

[7] Yan Jiajie(颜家杰), Gao Defeng(高德峰), Liao Yuchen(廖宇辰) et al. *Journal of Ordnance Equipment Engineering*(兵器装备工程学报)[J], 2022, 43(7): 52

[8] Wang Hui, Zhao Kongxun, Chu Xingrong et al. *Results in Physics* [J], 2019, 13: 102332

[9] Lin Y C, Chen X M. *Materials & Design*[J], 2011, 32(4): 1733

[10] Sellars C M, McTegart W J. *Acta Metallurgica*[J], 1966, 14(9): 1136

[11] Lin Y C, Chen M S, Zhong J. *Computational Materials Science*[J], 2008, 42(3): 470

[12] Liu Jianglin(刘江林), Zeng Weidong(曾卫东), Xie Yingjie(谢英杰) et al. *Rare Metal Materials and Engineering*(稀有金属材料与工程)[J], 2015, 44(11): 2742

[13] Xiao Y H, Guo C. *Materials Science and Engineering A*[J], 2011, 528(15): 5081

[14] Lin Y C, Chen X M, Liu G. *Materials Science and Engineering A*[J], 2010, 527(26): 6980

[15] Wang Shuyan(王姝妍), Wu Daoxiang(吴道祥), Long Shuai(龙帅) et al. *Journal of Netshape Forming Engineering*(精密成形工程)[J], 2023, 15(3): 105

[16] Zheng Kailun, Li Dechong, Chen Haosheng et al. *Journal of Alloys and Compounds*[J], 2024, 972: 172868

[17] Imran S M, Li C, Lang L H et al. *Materials Today Communications*[J], 2022, 31: 103622

[18] Lu Yupeng(鲁羽鹏), Meng Lingjian(孟令健), Yin Hongliang(殷宏亮) et al. *Rare Metal Materials and Engineering*(稀有金属材料与工程)[J], 2023, 52(3): 785

[19] Zener C, Hollomon J H. *Journal of Applied Physics*[J], 1944, 15(1): 22

[20] Xue Jiankai, Shen Bo. *Systems Science & Control Engineering*[J], 2020, 8(1): 22

[21] Lv Xin(吕鑫), Mu Xiaodong(慕晓冬), Zhang Jun(张钧) et al. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*(北京航空航天大学学报)[J], 2021, 47(8): 1712

[22] Li Yali(李雅丽), Wang Shuqin(王淑琴), Chen Qianru(陈倩茹) et al. *Computer Engineering and Applications*(计算机工程与应用)[J], 2020, 56(22): 1

Research on High-Precision Thermoplastic Phenomenological Constitutive Models of TC4 Titanium Alloy

Qi Chang¹, Niu Yazhe¹, Chen Xiaolan², Wang Nan², Yang Shu¹, Pei Lianzheng¹

(1. School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

(2. Beijing Institute of Electronic System Engineering, Beijing 100854, China)

Abstract: To accurately predict the thermoforming process of TC4 titanium alloy, the high-temperature rheological behavior of TC4 titanium alloy was investigated, and a high-precision thermoforming phenomenological constitutive model was developed. Firstly, high-temperature tensile tests of TC4 titanium alloy were conducted at 973–1123 K with strain rates of 0.01–1 s⁻¹. Based on the experimental data, two constitutive models were established: an Arrhenius constitutive model with strain compensation and a modified Johnson-Cook constitutive model. Sparrow search algorithm (SSA) was employed to optimize the model parameters. Finally, the predictive abilities of the phenomenological constitutive models for TC4 titanium alloy were assessed using statistical analysis. The results indicate that the Arrhenius constitutive model achieves relatively high predictive accuracy despite limited experimental data. However, it has a restricted parameter optimization space. In contrast, the modified Johnson-Cook constitutive with lower predictive accuracy, offers a larger parameter optimization space. The SSA-optimized modified Johnson-Cook constitutive model provides a good fit with experimental results, serving as a solid foundation for high-precision numerical simulations of TC4 titanium alloy thermoforming.

Key words: titanium alloy; constitutive model; sparrow search algorithm; thermoplastic deformation; high-temperature tensile test

Corresponding author: Yang Shu, Ph. D., Associate Professor, School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, P. R. China, E-mail: yangshu@dlut.edu.cn